KEPUTUSAN-KEPUTUSAN LINTAS WAKTU

Dr. Mohammad Abdul Mukhyi

Modal adalah uang dan sumber daya yang diinvestasikan
Bunga (*interest*) adalah pengembalian atas modal atau sejumlah uang yang diterima investor untuk penggunaan uangnya di luar modal awal (*principal*)

$$\text{Tingkat bunga} : \frac{\text{pengembalian}}{\text{modal awal}} \text{ x } 100\%$$

Alasan pengembalian modal dalam bentuk *interest* (bunga) dan profit :

- **Penggunaan uang melibatkan biaya administrasi**
- **Setiap investasi melibatkan resiko**
- **Penurunan nilai mata uang yang diinvestasikan**
- **Investor menunda kepuasan yang bisa dialami segera dengan menginvestasikan uangnya.**

Bunga digunakan untuk menghitung **Nilai waktu dari uang**

sedolar hari ini nilainya lebih dari sedolar tahun depan

- **Mempunyai daya untuk menghasilkan:**
  Yaitu kesempatan untuk mencari keuntungan dari investasi
- **Perubahan dalam daya beli dari sedolar setiap waktu**
  Yaitu inflasi
- **Utilitas konsumsi yang berbeda dapat berarti anda lebih memilih arus kas tertentu daripada yang lainnya.**

Bunga Sederhana

$F = P(1+Ni)$

Dimana:

i = Tingkat bunga per periode (misal 1 tahun

N = Jumlah periode

P = Deposit awal

F = Nilai masa depan setelah N periode

Bunga Majemuk

Bunga setiap tahun dihitung berdasarkan pada saldo tahun tersebut, termasuk bunga yang bertambah.

$$F = P(1+ i)^N$$

Secara lebih eksplisit,

$$F_N = P_o(1+ i)^N$$

(*nilai masa depan dalam periode N, nilai sekarang pada waktu 0*)

Oleh karena itu, untuk mencari nilai masa depan pada periode N+n, diketahui nilai sekarang pada periode n,

$$F_{N+n} = P_n(1+ i)^N$$

Contoh : pinjaman bank

Anda pergi ke bank dan mencari informasi tentang peminjaman $10,000 selama 10 tahun. Petugasnya mengatakan: "tentu bisa, tinggalkan saja jam Rolex dan cincin bermata intan anda di sini sebagai jaminan, dan kami akan mengurus pinjaman untuk anda dengan tingkat bunga 6% per tahun, dibungakan tahunan". Dia kemudian memencet kalkulatornya dan mengatakan, di akhir masa 10 tahun, anda akan melakukan satu pembayaran sekaligus sebesar F dolar untuk membayar pinjaman anda. Berapakah F?

Jawab :

i = 6% = 0.06

N = 10

F = P(1+I)N = 10,000 * (1+0.06)10 = $17,908

Kebalikan proses:

Mencari Nilai Sekarang, diberikan Nilai Masa Depan

Karena $F = P(1+i)^N$

Maka $P = F / (1+i)^N$

Contoh : pinjaman bank

Berapa nilai sekarang dari $17,908 sepuluh tahun dari sekarang, jika nilai waktu dari uang adalah 6% dibungakan tahunan?

Jawab :

i = 6% = 0.06

N = 10

P = F / (1+I)N = 17,908 / (1+0.06)10 = $10,000

Future Value

Seorang membeli surat berharga seharga $ 1.000 dan memperoleh bugna 10% per tahun. Berapa yang akan diterimanya pada akhir satu tahun

$$FV_{r,1} = P_0 + P_0^r$$

$$FV_{r,1} = P_0(1 + r)$$

$$FV_{10\%,1yr} = 1.000\ (1{,}0 + 0{,}10) = 1.000\ (1{,}10) = 1.100$$

P_0 = pokok/jumlah awal pada tahun ke 0
r = suku bunga
P_0^r = bunga yang dihasilkan dalam rupiah

Page 9

Periode Ganda (*Multiple Period*)

Badu menyimpan deposito $ 1.000 selama 5 tahun dengan tingkat bunga 10%

Perhitungan bunga gabungan			
Tahun	Jumlah Pada Awal Tahun (PV)	Bunga (PV x 0,10)	Jumlah Pada Akhir Tahun ($FV_{r,n}$) (PV x (1+0,10)
1	1.000,00	100.00	1.000,00
2	1.100,00	110,00	1.210,00
3	1.210,00	121,00	1331,00
4	1.331,00	133,00	1464,10
5	1.464,10	146,10	1.610,51

Page 10

$$FV_{r,2} = FV_{r,1}(1+r) = P_0(1+r) \quad (1+r)$$

$$FV_{r,2} = P_0(1+r)^2$$

$$FV_{r,2} = 1{,}000\,(1{,}10)^2 = 1.210{,}00$$

$$FV_{r,n} = P_0(1+r)^n$$

Nilai Sekarang (*Present Value*)

Prinsip :

Suatu investasi di terima hanya jika investasi itu menghasilkan paling tidak biaya kesempatan (suku bunga pasar yang memperhitungkan resiko).

Contoh:

Badu menginvestasikan \$ 1.000 sekarang dalam sebuah aktiva yang dapat dijual setahun kemudian dengan harga \$1.210 dengan suku bunga 10%

Jawab :

Nilai pada akhir tahun : \$ 1.000 (1 + 0,10) = \$ 1.100

Investasi ini memiliki nilai sekarang \$ 1,210 lebih tinggi dari investasi pasar

$$PV = P_0 = \frac{I}{(1+r)}$$

Investasi pasar P_0 = 1.100/ 1,10 = 1.000
Investasi pasar P_0 = 1.210/ 1,10 = 1.100

Anuitas

Adalah serangkaian pembayaran atau penerimaan sepanjang sejumlah periode tertentu.

Jenis-jenis anuitas:

a. Anuitas biasa (*ordinary anuity*)
   anuitas yang dibayar di belakang

b. Anuitas jatuh tempo (*anuity due*)
   anuitas yang dibayar di muka atau awal periode

c. Anuitas ditunda (*differed anuity*)
   anuitas yang pembayarannya dilakukan setelah beberapa periode

- Pembayaran dilakukan setiap awal periode atau mulai pada hari ini
- Pembayaran pertama pada anuitas biasa (akhir periode 1) sama dengan pembayaran kedua pada anuitas dimuka (awal periode 2)
- Perbedaan anuitas di muka dengan anuitas biasa adalah pembayaran pertama pada anuitas di muka diganti dengan pembayaran terakhir pada anuitas biasa, sementara (n -1) pembayaran lainnya adalah sama.
- Pembayaran ke-2 pada anuitas di muka = pembayaran ke-1 anuitas biasa, pembayaran ke-3 anuitas di muka = pembayaran ke-2 anuitas biasa, demikian seterusnya.

Page 15

ANUITAS DI MUKA UNTUK NILAI SEKARANG

$$PV_{DUE} = \left[\frac{(1-(1+i)^{-n+1})}{i} + 1 \right] A$$

dengan

PV = *present value* atau nilai di awal periode atau nilai sekarang

i = tingkat bunga per periode

n = jumlah periode

A = anuitas atau pembayaran per periode

Page 16

Hitunglah nilai sekarang dari Rp 2.000.000 yang diterima setiap bulan selama 5 kali mulai hari ini jika tingkat bunga yang relevan adalah 18% p.a. atau 1,5% per bulan.

$$PV = \left[\frac{(1-(1+i)^{-n+1})}{i} + 1 \right] A$$

$$PV = \left[\frac{(1-(1+0{,}015)^{-5+1})}{0{,}015} + 1 \right] Rp\ 2.000.000$$

$$PV = Rp\ 9.708.760$$

Bimbi meminjam Rp 20.000.000 dengan bunga 12% p.a. Jika pinjaman harus dilunasi dalam 24 kali cicilan bulanan mulai hari ini, berapa besar cicilan?

$$A = \frac{PV}{\left[\left(\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right)+1\right]} = \frac{Rp\ 20.000.000}{\left[\left(\frac{1-(1+0{,}01)^{-23}}{0{,}01}\right)+1\right]}$$

$$A = Rp\ 932.147{,}96$$

Seorang karyawan yang sudah bekerja selama 30 tahun harus purnabakti dan mendapatkan uang pensiun sebesar Rp 200.000.000 sekaligus. Dia memutuskan untuk mengambil sebesar Rp 6.000.000 setiap 3 bulan mulai hari ini dan menyimpan sisanya dalam deposito 3 bulanan dengan bunga sebesar 6% p.a. Dalam berapa tahun depositonya akan habis?

Jawab:

Karena uang pensiun pertama sebesar Rp 6.000.000 akan langsung diambil dari Rp 200.000.000 maka PV = Rp 194.000.000 dengan i = 1,5% per 3 bulan, A = Rp 6.000.000

$$n = -\frac{\log\left(1 - \frac{PV \times i}{A}\right)}{\log(1+i)}$$

$$n = -\frac{\log\left(1 - \frac{Rp\,194.000.000 \times 0{,}015}{Rp\,6.000.000}\right)}{\log(1+0{,}015)}$$

$$n = -\frac{\log 0{,}515}{\log 1{,}015}$$

$$n = 44{,}570 \text{ periode atau } 44{,}570 : 3 \approx 11{,}14 \text{ tahun}$$

Sebuah perhiasan berharga tunai Rp 30.000.000 bisa dibeli dengan 12 kali angsuran bulanan masing-masing sebesar Rp 2.758.973 dimulai pada hari pembelian. Berapa tingkat bunga yang dikenakan?

Jawab:

Karena pembayaran pertama adalah pada tanggal transaksi jual beli maka soal tersebut dapat disederhanakan menjadi utang Rp 27.241.027 (Rp 30.000.000 – Rp 2.758.973) dibayar dengan 11 kali cicilan bulanan sebesar Rp 2.758.973 mulai bulan depan.

Sehingga mencari i pada kasus ini sama seperti mencari i pada kasus anuitas biasa.

$$\mathbf{PV} = \frac{(1-(1+i)^{-n})}{i} A$$

$$\text{Rp } 27.241.027 = \frac{(1-(1+i)^{-11})}{i} \text{ Rp } 2.758.973$$

$$\frac{\text{Rp } 27.241.027}{\text{Rp } 2.758.973} = \frac{(1-(1+i)^{-11})}{i}$$

$$9{,}8736 = \frac{(1-(1+i)^{-11})}{i}$$

Dengan *trial and error*, diperoleh i = 1,85% per periode atau 22,2% p.a.

ANUITAS DI MUKA UNTUK NILAI AKAN DATANG

$$FV_{DUE} = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] A\,(1+i)$$

dengan

FV = *future value* atau nilai di akhir periode ke-n atau nilai akan datang

i = tingkat bunga per periode

n = jumlah periode

A = anuitas atau pembayaran per periode

Hitunglah nilai akan datang dari tabungan Rp 2.000.000 yang disetorkan setiap tahun selama 5 kali mulai hari ini jika tingkat bunga 10% p.a. diperhitungkan tahunan.

$$FV_{DUE} = \left[\frac{(1+0{,}1)^5 - 1}{0{,}1} \right] \text{Rp } 2.000.000\,(1+0{,}1)$$

$$FV_{DUE} = (6{,}1051) \times \text{Rp } 2.000.000 \times 1{,}1$$

$$FV_{DUE} = \text{Rp } 13.431.220$$

Seseorang ingin memiliki uang sebesar Rp 1.000.000.000 pada saat ia pensiun nanti, tepatnya 20 tahun lagi. Untuk tujuan itu, dia akan menyisihkan gajinya setiap bulan untuk ditabung mulai hari ini karena hari ini adalah hari gajian selama 20 tahun ke depan. Berapa besar tabungan bulanan yang harus ia lakukan jika tingkat bunga 9% p.a.?

Jawab:

$$A = \frac{FV}{\left[\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right)(1+i)\right]}$$

$$A = \frac{Rp\,1.000.000.000}{\left[\left(\frac{(1+0{,}0075)^{240} - 1}{0{,}0075}\right)(1{,}0075)\right]}$$

$$A = Rp\,1.486.113{,}70$$

Seorang pedagang kecil berencana untuk menabung Rp 1.000.000 setiap bulan untuk bisa mendapatkan uang sebesar Rp 20.000.000. Jika tingkat bunga yang bisa didapatnya adalah 6% p.a., berapa lama waktu yang diperlukan?

Page 27

Jawab:

$$n = -\frac{\log\left(1+\dfrac{FV \times i}{A\,(1+i)}\right)}{\log(1+i)}$$

$$n = -\frac{\log\left(1+\dfrac{Rp\ 200.000.000 \times 0{,}005}{Rp\ 1.000.000\,(1+0{,}005)}\right)}{\log(1+0{,}005)}$$

$$n = 19{,}02 \text{ bulan} \approx 19 \text{ bulan}$$

Page 28

Delapan kali setoran masing-masing Rp 350.000 mulai hari ini menjadi Rp 3.342.500 pada akhir bulan ke-8. Berapa tingkat bunga per periode?

$$\frac{FV}{A} = \left[\frac{(1+i)^n - 1)}{i}\right](1+i)$$

$$\frac{Rp\ 3.342.500}{Rp\ 350.000} = \left[\frac{(1+i)^8 - 1)}{i}\right](1+i)$$

$$9{,}55 = \left[\frac{(1+i)^8 - 1)}{i}\right](1+i)$$

Dengan *trial and error*, kita akan mendapatkan i = 3,92%

Page 29

Untuk mencari	Diketahui	Faktor pengganda yang diketahui	Nama faktor	Simbol fungsional faktor
Untuk arus kas tunggal				
F	P	$(1+i)^n$	Nilai hasil pemajemukan pembayaran tunggal	(F/P,i%,N)
P	F	$\frac{1}{(1+i)^N}$	Nilai sekarang pembayaran tunggal	(F/P,i%,N)
Untuk deret seragam (anuitas)				
F	A	$\frac{(1+i)^N - 1}{i}$	Nilai hasil pemajemukan seri seragam	(F/A,i%,N)
P	A	$\frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N}$	Nilai sekarang seri seragam	(P/A,i%,N)
A	F	$\frac{i}{(1+i)^N - 1}$	Dana Tertanam	(A/F,i%,N)
A	F	$\frac{i(1+i)^N}{i(1+i)^N - 1}$	Pemulihan modal	(A/P,i%,N)

Page 30

Seorang bapak pada hari kelahiran anak laki-lakinya ingin menentukan berapa jumlah uang yang harus disimpan di bank dengan bunga 12% per tahun, agar dapat menarik $ 2,000 pada setiap ulang tahun anak tersebut yang ke 18,19,20 dan 21.

Jawab:

Digunakan faktor (P/A,i%,N – J) dimana N = 21 dan J = 17

P_{17} = A(P/A,12%,4 = $ 2,000 (3,0373) = $ 6,074,60

Ekuivalen dengan :

P_0 = F_{17}(P/F,12%,17) = $6,074,60(0,1456) = $ 884,46

Pada contoh sebelumnya anggap bapak tersebut menginginkan untuk mencari nilai ekuivalen dari 4 penarikan sebesar $ 2000, jika anak laki-laki tersebut berulang tahun ke 24.

Jawab :

F_{21} = A(F/A,12,4) = $ 2,000 (4,7793) = $ 9,558,60

Untuk mencari F_{24}, F_{21} sekarang dinyatakan sebagai P_{21} dan

F_{24} = P_{21}(F/P,12%,3 = $ 9.558,60 (1,4049) = $ 13.428,88

Atau

F_{24} = P_0 (F/P,12,24) = $ 884,46(15,1786) = $ 13.428,88

Suatu deret arus kas akhir tahun yang terjadi sepanjang delapan tahun, tahun 1 = \$100, tahun 2 = \$200, tahun 3 = \$500 dan \$ 400 setiap tahun dari tahun ke 4 sampai 8.

a. Ekuivalensi saat sekarang dari perusahaan , P_0.

b. Ekuivalensi saat mendatang dari perusahaan, F_8.

c. Ekuivalensi tahunan dari perusaah, A, dari arus kas ini jika suku bunga per tahun 20%.

Jawab

$P_0 = F_1$(P/F,20%,1)	= \$100(0,8333)	= \$ 83,33
+ F_2(P/F,20%,2)	+ \$ 200(0,6944)	+ 138,88
+ F_3(P/F,20%,3)	+ \$ 500(0,5787)	~~+ 289,35~~
+ A(P/A, 20%, 5 x (P/F, 20%,3)	+ \$ 400(2,9900)x(0,5787)	+ 692,26
		= \$1.203.82

$F_8 = P_0$(F/P,29%,8) = \$ 1.203,82(4,2998) = \$ 5.176,19

Ekuivalen A dari arus kas yang tidak teratur dapat dihitung langsung dari P_0 maupun F_8 sebagai berikut:

A = P_0(A/P, 20%,8) = \$1.203,82(0,2606) = \$313,73

Atau

A = F_8(A/F, 20%,8) = \$5.176,19(0,0606) = \$313,73

GRADIEN SERAGAM DARI ARUS KAS TERHADAP EKUIVALEN TAHUNAN DAN EKUIVALEN SAAT SEKARANG

a. Mencari F bila G diketahui:

F = G(F/A,i%,N–1) + G(F/A,i%,N–2) + … + G(F/A,i%,2) + G(F/A,i%,1)

Atau

$$F = G\left[\frac{(1+i)^{N-1}-1}{i} + \frac{(1+i)^{N-2}-1}{i} + \ldots + \frac{(1+i)^{2}-1}{i} + \frac{(1+i)^{1}-1}{i}\right]$$

$$F = \frac{G}{i}\left[(1+i)^{N-1} + (1+i)^{N-2} + \ldots + (1+i)^{2} + (1+i)^{1}\right] - \frac{NG}{i}$$

$$F = \frac{G}{i}\left[\sum_{i=0}^{N-1}(1+i)^{k}\right] - \frac{NG}{i}$$

$$F = \frac{G}{i}(F/A, i\%, N) - \frac{NG}{i}$$

GRADIEN SERAGAM DARI ARUS KAS TERHADAP EKUIVALEN TAHUNAN DAN EKUIVALEN SAAT SEKARANG

b. Mencarai A bila G diketahui :

$$A = F\ (A/F, i, N)$$

$$A = \left[\frac{G}{i}(F/A, i, N) - \frac{NG}{i}\right](A/F, i, N)$$

$$A = \frac{G}{i} - \frac{NG}{i}(A/F, i, N)$$

$$A = \frac{G}{i} - \frac{NG}{i}\left[\frac{i}{(1+i)^{N}-1}\right]$$

$$A = G\left[\frac{1}{i} - \frac{N}{(1-i)^{n}-1}\right]$$

GRADIEN SERAGAM DARI ARUS KAS TERHADAP EKUIVALEN TAHUNAN DAN EKUIVALEN SAAT SEKARANG

c. Mencari P bila G diketahui :

$$P = A\,(P/A, i\%, N)$$

$$P = G\left[\frac{1}{i} - \frac{N}{(1-i)^N - 1}\right]\left[\frac{(1-i)^N - 1}{i\,(1-i)^N}\right]$$

$$P = G\left\{\frac{1}{i}\left[\frac{(1-i)^N - 1}{i\,(1-i)^N} - \frac{N}{(1+i)^N}\right]\right\}$$

Page 37

Akhir dari tahun	Arus Kas
1	- \$ 8.000
2	- \$ 7.000
3	- \$ 6.000
4	- \$ 5.000

Hitung ekuivalen saat sekarang pada i = 15% per tahun dengan menggunakan faktor-faktor bunga gradien aritmatika = \$1.000

$$P_{0T} = P_{0A} - P_{0G}$$

$$P_{0T} = -A\,(p/A, 15\%,\ 4) + G\,(P/G, 15\%,\ 4)$$

$$P_{0T} = -\$8.000\,(2{,}8\ \ 550) + \$1.000\,(3{,}7\ \ 9)$$

$$P_{0T} = -\$22.840 + \$3.790 = -\$19.050$$

Ekuivalen tahunan dari arus kas asli yagn berkurang dapat dihitung dengan pemikiran yang sama

$$A = A - A_G$$

$$A = -\$8.000 + \$1.000\,(A/G, 15\%, 4)$$

$$A = -\$6.673{,}70$$

Page 38

URUTAN GEOMETRIS DARI ARUS KAS TERHADAP EKUIVALEN-EKUIVALEN SAAT SEKARANG DAN TAHUNAN

Untuk P pada suku bunga i per periode untuk arus kas, maka

$$P = \sum_{i=1}^{N} A_2 (1+i)^2 = \sum_{i=1}^{N} A_1 (1+\bar{f})^{t-1} (1+i)^{-1}$$

atau

$$P = \frac{A}{1+\bar{f}} \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{1+\bar{f}}{1+i} \right]^2$$

Page 39

SUKU BUNGA YANG BERUBAH-UBAH TERHADAP WAKTU

Seseorang telah mengatur untuk meminjam \$1.000 sekarang dan \$1.000 berikutnya dua tahun kemudian. Seluruh kewajiban ini dibayar kembali pada akhir empat tahun. Besarnya suku bunga10%, 12%,12% dan 14%. Berapa banyakkah jumlah pembayaran kembali pinjaman pada akhir dariempat tahun?

Jawab

$$F_1 = \$1.000(F/P,10\%,1) = \$1.100$$
$$F_2 = \$1.100(F/P,12\%,1) = \$1.232$$
$$F_3 = \$1.232(F/P,12\%,1) = \$2.500$$
$$F_4 = \$2.500(F/P,14\%,1) = \$2.850$$

Page 40

$$P = \frac{F_N}{\Pi_{i=1}^{N}(1 + i_i)}$$

P = \$1.000(P/F,10%,1)(P/F,12%,1)(P/F,12%,1)(P/F,14%,1)

P = \$1.000(0,909)(0,8929)(0,8850)(0,9091) = \$653

Page 41