

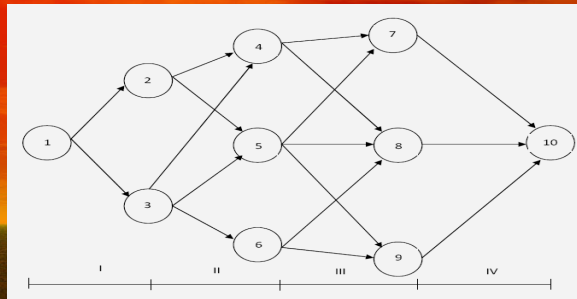
Pendahuluan :

Kumpulan teknik-teknis programasi matematis untuk pengambilan keputusan yang terdiri dari banyak tahap

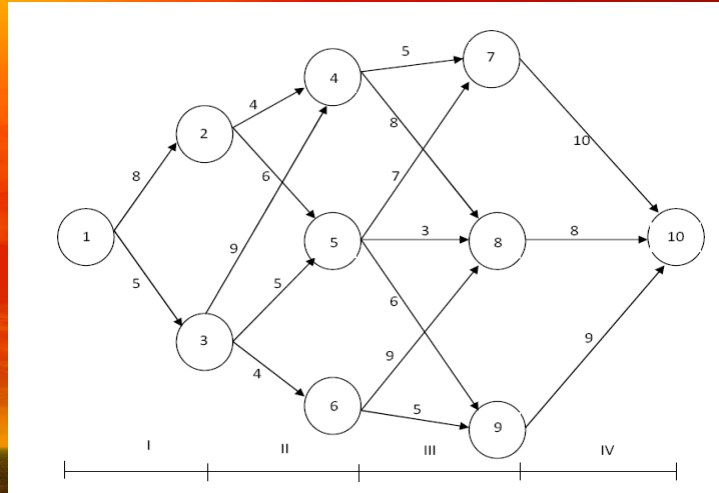
Konsep-konsep :

1. Masalah Jalur Optimum.

Dengan memilih jalur yang paling rendah biayanya.



2. Didasarkan pada prinsip optimasi recursive/pengulangan sebagai prinsip optimalisasi



Pernyataan Matematis Programasi Dinamis

Maksimumkan : $f_n(X) = \sum_{j=1}^n r_j(X)$

Dengan batasan : $X = \sum_{j=1}^n X_j$

dan $X_j \geq 0$ ($j = 1, 2, \dots, n$)

Dimana :

$F_n(X)$ = penghasilan total dari seluruh kegiatan (tahap).

X_j = kuantitas sumberdaya yang dialokasikan ke kegiatan (tahap) ke j .

$R_j(X_j)$ = penghasilan (reward) dari kegiatan ke j .

μ = jumlah kegiatan-kegiatan bebas

X = sumberdaya total yang tersedia untuk μ kegiatan-kegiatan.

Contoh :

Perusahaan Mini adalah perusahaan kecil yang memproduksi satu produk. Penjualan (permintaan) untuk produk tersebut dalam tiga periode adalah 20,20,30. Produk sekarang diproses dalam beberapa tahapan sebesar 10 unit setiap periode. Pada permulaan setiap periode dilakukan penyetelan mesin untuk memproduksi sebesar kuantitas yang dibutuhkan. Biaya set up untuk 10 unit pertama adalah sebesar Rp. 20 dan naik dengan Rp. 2 untuk setiap tambahan 10 unit yang diproduksi. Biaya produksi dan overhead sehubungan dengan produksi 70 unit dalam keseluruhan periode tidak dipengaruhi oleh keputusan-keputusan produksi.

Produksi setiap periode 70 unit, dan produk yang tidak terjual disimpan sebagai persediaan. Biaya penyimpanan persediaan untuk 10 unit adalah Rp. 3 dalam setiap periode. Persediaan maksimum tidak boleh lebih dari 30 unit setiap periode. Dianggap tidak ada persediaan pada permulaan periode pertama.

Penentuan skedul produksi dalam setiap periode agar total biaya untuk keseluruhan periode adalah minimum dan dapat memenuhi kebutuhan penjualan.

5

Jawab :

$$\text{Minimumkan } C = \sum_{i=1}^3 \{ [20 + 0,2(X_i - 10)] + 0,3I_i \}$$

Batasan :

$$X_1 \geq 20$$

$$X_1 + X_2 \geq 40$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 70$$

$$I_1 \leq 30$$

$$I_2 \leq 30$$

$$\text{dan } X_1 + X_2$$

Penyelesaian optimal ditentukan dengan menggunakan persamaan recursive:

6

$$f_n(X) = \max[r_n(x_n) + f_{n-1}(X = X_n)]$$

$$n = 2, 3, \dots$$

Persediaan akhir = penjualan awal + produksi - penjualan

$$I_i = I_{i-1} + X_i - S \text{ atau } I_{i-1} = I_i + S - X_i$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

S = penjualan periode i

Penyimpanan persediaan tidak dapat melebihi 30 unit dalam setiap periode, didapat $0 \leq I_{i-1} \leq 30$

Jumlah produksi X_i dapat ditunjukkan $I_i + S_i - 30 \leq X_i \leq I_i + S_i$

Persamaan recursive untuk masalah ini adalah dalam bentuk :

Sebagai langkah pertama, nilai $f_1(I_1)$ harus ditentukan, karena akan mempengaruhi nilai $f_2(I_2)$. Persamaan recursive untuk periode pertama adalah :

$$f_1(I_1) = \min \{C_1(X_1 + I_1)\}$$

$$20 \leq X_1$$

Diketahui $S_1 = 20$ (jumlah penjualan dalam periode pertama dan $0 \leq I_{i-1} \leq 30$ didapat hasil:

$$f_1(0) = C_1(20 + 0) = 22 + 0 = 22$$

$$f_1(10) = C_1(30 + 10) = 24 + 3 = 27$$

$$f_1(20) = C_1(40 + 20) = 26 + 6 = 32$$

$$f_1(30) = C_1(50 + 30) = 28 + 9 = 37$$

Nilai dari $f_2(I_2)$ harus ditentukan atas dasar $f_1(I_1)$. Persamaan recursive untuk tahap kedua adalah :



$$f_2(l_2) = \min_{l_2 + s_2 - 30 \leq x_2 \leq l_2 + s_2} \{C_2(X_2 + l_2) + f_1(l_2 + s_2 - X_2)\}$$

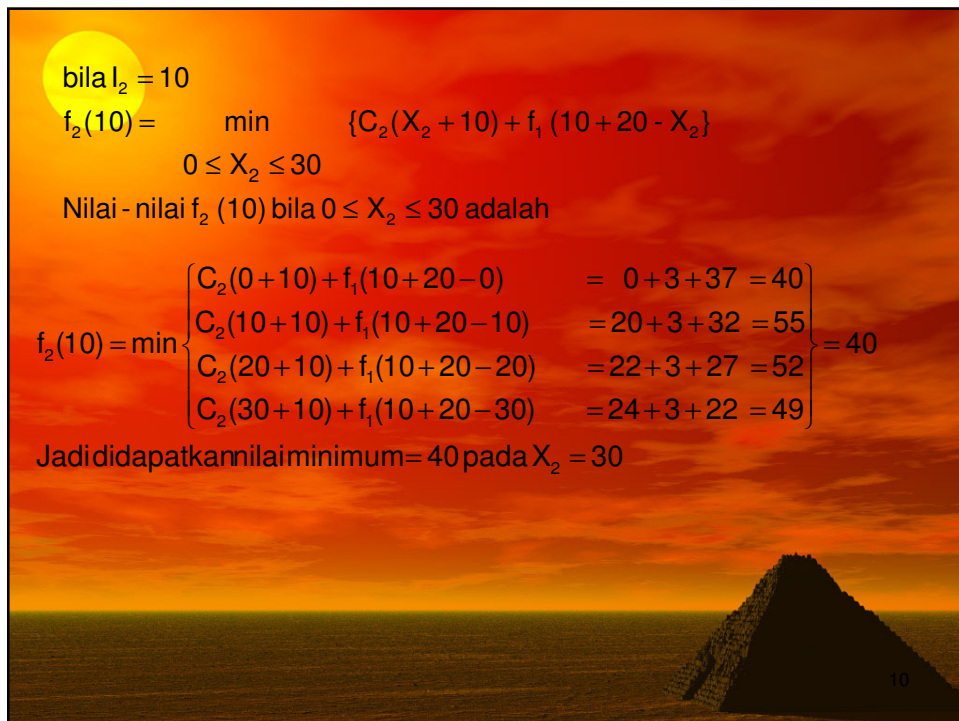
bila $l_2 = 0$

$$f_2(0) = \min_{0 \leq X_2 \leq 20} \{C_2(X_2 + 0) + f_1(0 + s_2 - X_2)\}$$

Nilai-nilai $f_2(0)$ bila $0 \leq X_2 \leq 20$ adalah

$$f_2(0) = \min \left\{ \begin{array}{l} C_2(0 + 0) + f_1(0 + 20 - 0) = 0 + 32 = 32 \\ C_2(10 + 0) + f_1(0 + 20 - 10) = 20 + 27 = 47 \\ C_2(20 + 0) + f_1(0 + 20 - 20) = 22 + 22 = 44 \end{array} \right\} = 32$$

Jadi didapatkan nilai minimum = 32 pada $X_2 = 0$



bila $l_2 = 10$

$$f_2(10) = \min_{0 \leq X_2 \leq 30} \{C_2(X_2 + 10) + f_1(10 + 20 - X_2)\}$$

Nilai - nilai $f_2(10)$ bila $0 \leq X_2 \leq 30$ adalah

$$f_2(10) = \min \left\{ \begin{array}{l} C_2(0 + 10) + f_1(10 + 20 - 0) = 0 + 3 + 37 = 40 \\ C_2(10 + 10) + f_1(10 + 20 - 10) = 20 + 3 + 32 = 55 \\ C_2(20 + 10) + f_1(10 + 20 - 20) = 22 + 3 + 27 = 52 \\ C_2(30 + 10) + f_1(10 + 20 - 30) = 24 + 3 + 22 = 49 \end{array} \right\} = 40$$

Jadi didapatkan nilai minimum = 40 pada $X_2 = 30$

bila $I_2 = 20$

$$f_2(20) = \min_{10 \leq X_2 \leq 40} \{C_2(X_2 + 20) + f_1(20 + 20 - X_2)\}$$

Nilai - nilai $f_2(20)$ bila $0 \leq X_2 \leq 40$ adalah

$$f_2(20) = \min \begin{cases} C_2(0+20) + f_1(20+20-10) & = 20+6+37 = 63 \\ C_2(10+20) + f_1(20+20-20) & = 22+6+32 = 60 \\ C_2(20+20) + f_1(20+20-30) & = 24+6+27 = 57 \\ C_2(30+20) + f_1(20+20-40) & = 26+6+22 = 54 \end{cases} = 54$$

Jadi didapatkannilai minimum = 54 pada $X_2 = 40$

bila $I_2 = 30$

$$f_2(30) = \min_{10 \leq X_2 \leq 50} \{C_2(X_2 + 30) + f_1(30 + 20 - X_2)\}$$

Nilai - nilai $f_2(30)$ bila $20 \leq X_2 \leq 50$ adalah

$$f_2(30) = \min \begin{cases} C_2(20+30) + f_1(30+20-20) & = 22+9+37 = 68 \\ C_2(30+30) + f_1(30+20-30) & = 24+9+32 = 65 \\ C_2(40+30) + f_1(30+20-40) & = 26+9+27 = 62 \\ C_2(50+30) + f_1(30+20-50) & = 28+9+22 = 59 \end{cases} = 59$$

Jadi didapatkannilai minimum = 59 pada $X_2 = 50$

Tabel Hasil Perhitungan

I_1	Periode 1		Periode 2		Periode 3	
	X_1	$F(I_1)$	X_2	$F(I_2)$	X_3	$F(I_3)$
0	20	22	0*	32	30*	56
10	30	27	0	40		
20	40*	32	40	54		
30	50	37	50	59		

Nilai $f_3(I_3)$ diperoleh dengan cara yang sama atas dasar nilai $f_2(I_2)$. Persamaan recursivenya adalah

$$f_3(I_3) = \min_{I_3 + s_3 - 30 \leq x_3 \leq I_3 + s_3} \{C_3(X_3 + I_3) + f_3(I_3 + s_3 - X_3)\}$$

bila $I_3 = 0$

$$f_3(0) = \min_{0 \leq X_3 \leq 30} \{C_3(X_3 + 0) + f_3(0 + 30 - X_3)\}$$

13

$$f_3(0) = \min \left\{ \begin{array}{ll} C_3(0+0) + f_2(0+30-0) & = 0+0+59 = 68 \\ C_3(10+0) + f_2(0+30-10) & = 20+0+79 = 65 \\ C_3(20+0) + f_2(0+30-20) & = 22+0+62 = 62 \\ C_3(30+0) + f_2(0+30-30) & = 24+0+56 = 59 \end{array} \right\} = 56$$

Jadi didapatkan nilai minimum = 56 pada $X_3 = 20$

14



Programasi Dinamis Stochastic

Keputusan tentang membeli atau menyewa alat.
Biaya membeli peralatan Rp. 10.000.000
Biaya menyewa peralatan Rp. 3.000.000

Kejadian	Probabilitas	Keputusan	
		Membeli	Menyewa
Kemakmuran	0,40	Rp. 30.000.000	Rp. 25.000.000
Stabilitas	0,60	Rp. 18.000.000	Rp. 10.000.000